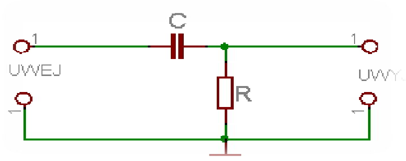
Bierne obwody RC.

Filtr dolnoprzepustowy.

Filtr dolnoprzepustowy jest układem przenoszącym sygnały o małej częstotliwości bez zmian, a powodującym tłumienie i opóźnienie fazy sygnałów o większych częstotliwościach. Na rysunku 1 przedstawiono schemat najprostszego filtru d0lnoprzeopustowego.



Rys. 1 Filtr dolnoprzepustowy

Opis w dziedzinie częstotliwości.

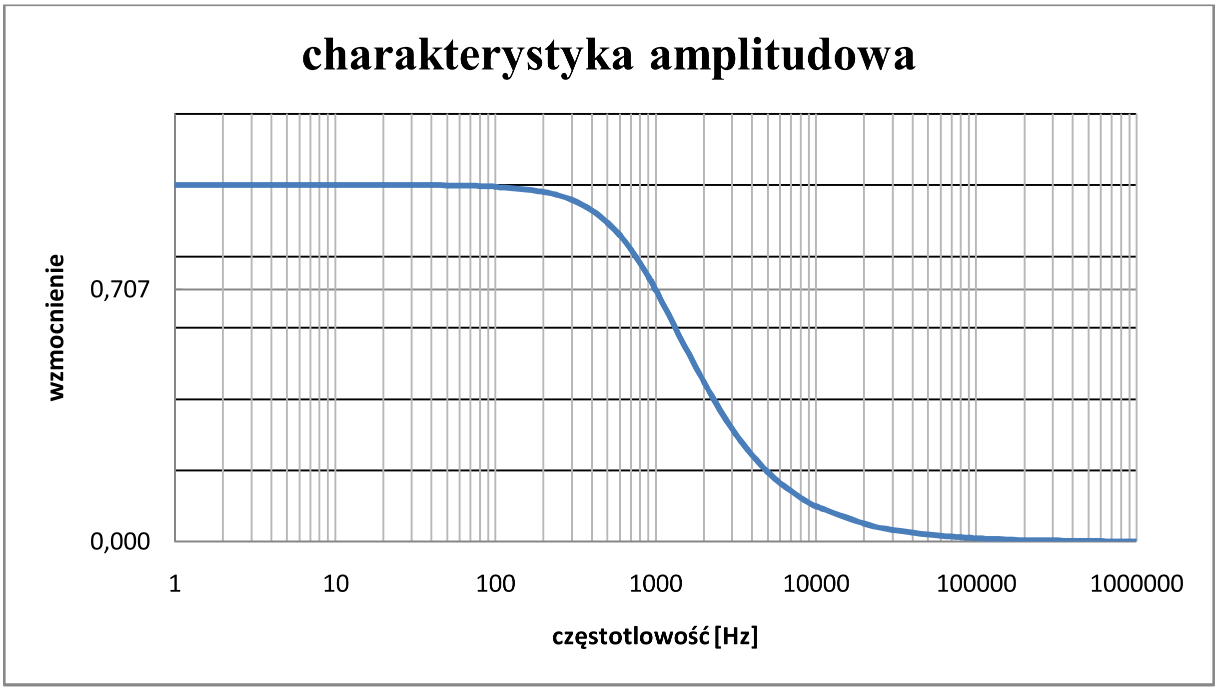
W celu obliczenia charakterystyki częstotliwościowej zastosujemy wzór 1.

$$Ku = \frac{1}{\sqrt{1+(2\pi f)^2 \cdot R^2 \cdot C^2}} \qquad 1.$$

W celu obliczenia charakterystyki fazowej zastosujemy wzór 2.

$$\varphi = \text{-}arctg 2\pi fRC \qquad 2.$$

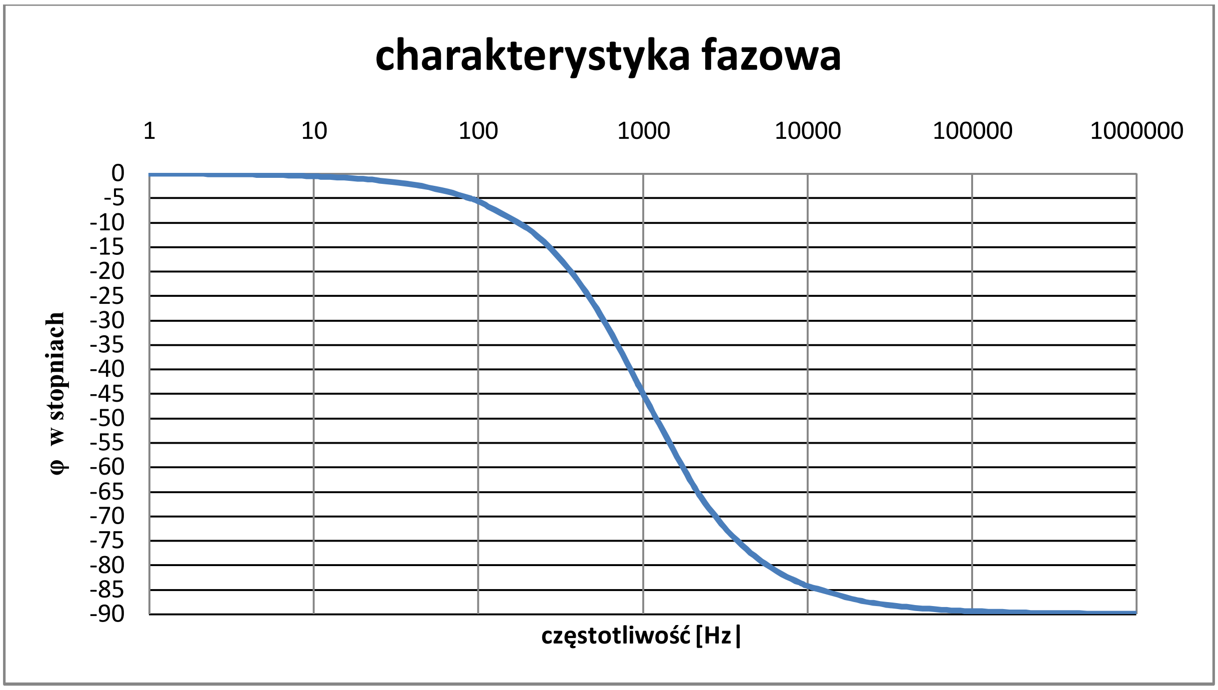
Na rysunkach poniżej przedstawiono obie krzywe.



Rys.2. Charakterystyka amplitudowa filtru dolnoprzepustowego o częstotliwości granicznej 1kHz.

Do obliczenia trzydecybelowej częstotliwości granicznej podstawiamy do równania 1. $Ku = 1/\sqrt{2}$

$$f_g = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \omega_g = \frac{1}{2 \cdot \pi RC} \qquad 3.$$



Rys.3. Charakterystyka fazowa filtru dolnoprzepustowego o częstotliwości granicznej 1kHz.

Przesunięcie fazy dla tej częstotliwości wynosi według wzoru (3.) ω = - 45̊. Jak widać na rysunku (2.) charakterystykę amplitudową można łatwo skonstruować wykorzystując jej dwie asymptoty:

- dla małych częstotliwości $f \ll f_g$ mamy $K_u = 1 = 0dB$.

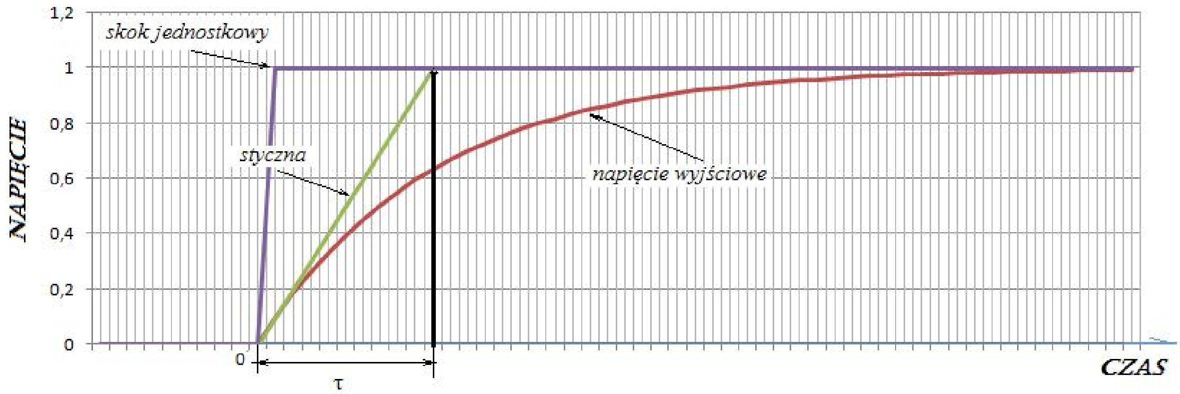
- dla wielkich częstotliwości $f \gg f_g$ zgodnie z (1.) mamy $K_u = 1/\omega RC$, tzn. wzmocnienie jest odwrotnie proporcjonalne do częstotliwości. Przy dziesięciokrotnym zwiększeniu częstotliwości wzmocnienie maleje 10 razy, tzn. 20 dB na dekadę lub 6 dB na oktawę.

- dla częstotliwości $f = f_g$ mamy $K_u = 1/\sqrt{2} = -3dB$

Opis w dziedzinie czasu.

W celu zbadania zachowania układu w dziedzinie czasu podajemy na jego wejście skok napięcia przedstawiony na rysunku (4.). Do obliczenia napięcia wyjściowego zastosujemy pierwsze prawo Kirchhoffa dla wyjścia (nieobciążonego) i otrzymamy zgodnie z rysunkiem (1.)

$$\frac{U_{WE}-U_{WY}}{R} - i_C = 0 \qquad 4.$$



Rys.4. Odpowiedź filtru dolnoprzepustowego na skok napięcia.

Przy uwzględnieniu, że $i_c = u'_{WY}$, otrzymujemy równanie różniczkowe

$$RC\, u'_{WY} + u_{WY} = u_{WE} \qquad 5.$$

Równanie to ma następujące rozwiązania:

$$u_{WY}(t) = U_M(1 - e^{-t/RC)}) \qquad 6.$$

dla ładowania kondensatora i

$$u_{WY}(t) = U_M e^{-t/RC)} \qquad 7.$$

dla rozładowywania kondensatora.

Przebieg (6.) został zaznaczony na rysunku (4,) czerwoną linią. Widzimy, że wartości ustalone osiągane są tylko asymptotycznie. Miarą dojścia do stanu ustalonego jest *stała czasowa* τ. Określa ona czas, po którym odchyłka od wartości ustalonej osiąga e-tą część amplitudy skoku wejściowego. Z równania (6.) otrzymujemy wartość stałej czasowej:

$$\tau = RC \qquad 8.$$

Z równań 6 i 7 można również otrzymać wartości czasów dojścia do mniejszych odchyłek. W tablicy poniżej przedstawiono ważniejsze wartości tych czasów.

dokładność ustalania	37%	10%	1%	0,10%
czas ustalania	jedna stała czasowa	2,3 stałej czasowe	4,6 stałej czasowej	6,9 stałej czasowej

Tablica1. Zależność dokładności ustalania napięcia od czasu.

Filtr dolnoprzepustowy jako układ całkujący.

W poprzednim rozdziale pokazano, że wyjściowe napięcie zmienne jest małe w porównaniu z napięciem wejściowym jeżeli częstotliwość sygnału wybrano tak aby spełniony był warunek $f \gg f_g$. Filtr dolnoprzepustowy pracuje wtedy jako układ całkujący. Właściwość ta wynika bezpośrednio z równania różniczkowego 5. ; przy założeniu, że $u_{WY} \ll u_{WE}$ mamy

$$RCu'_{WY} = u_{WE} \qquad 9.$$

$$u_{WY} = \frac{1}{RC}\int_0^t u_{WE(\xi)d\xi} + u_{WE}\,(0) \qquad 10.$$

Filtr dolnoprzepustowy jako układ uśredniający.

Przy niesymetrycznych napięciach zmiennych przyjęte wcześniej założenie nie jest nigdy spełnione. Rozwinięcie w szereg Fouriera rozpoczyna się mianowicie od stałej, która jest równa wartości składowej stałej sygnału.

$$U_0 = \frac{1}{T}\int_0^T u_{WE(t)dt} \qquad 11.$$

gdzie T jest okresem napięcia wejściowego. Jeżeli zsumujemy wszystkie wyższe wyrazy szeregu Fouriera, otrzymamy, otrzymamy napięcie $u_{WE}(t)$o przebiegu zgodnym z napięciem wejściowym, ale przesunięte tak, że jego składowa stała jest równa zeru.

Napięcie wyjściowe można więc przedstawić w postaci

$$u_{WE}(t) = U_0 + u_{we}(t) \qquad 12.$$

jeżeli częstotliwość napięcia $u_{we}(t)$jest większa od f_g to jest ono całkowane, podczas gdy składowa stała napięcia jest przenoszona liniowo. Napięcie wyjściowe wynosi więc.

$$u_{WY} = \underbrace{\frac{1}{RC}\int_0^t u_{WE(\xi)d\xi}}_{\text{tętnienia}} \quad + \quad \underbrace{U_0}_{\text{składowa stała}} \qquad 13.$$

jeżeli stała czasowa τ = RC jest wystarczająco duża, to tętnienia można pominąć, z czego wynika $u_{WY} \approx U_0$.

Czas narastania i częstotliwość graniczna.

Następna wielkością charakterystyczną filtrów dolnoprzepustowych jest czas narastania t_r. Podaje on, w jakim czasie napięcie wyjściowe wzrośnie od 10% do 90% wartości ustalonej, jeżeli na wejście podamy skok jednostkowy. Z przebiegu funkcji wykładniczej z równania 8.otrzymamy

$$t_r = t_{90\%} - t_{10\%} = \tau(\ln 0,9 - \ln 0,1) = \tau \cdot \ln 9 = 2,2\tau \qquad 14.$$

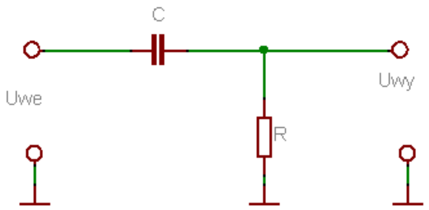
Dla $f_g = 1/2\pi\tau$ wynika stąd

$$t_r \approx \frac{1}{3f_g} \qquad 15.$$

Związek ten obowiązuje w przybliżeniu również dla filtrów dolnoprzepustowych wyższych rzędów.

Filtr górnoprzepustowy

Filtr górnoprzepustowy jest układem przenoszącym wielkie częstotliwości bez zmian, a powodujący tłumienie sygnałów o małej częstotliwości. Najprostszy układ filtru górnoprzepustowego RC przedstawiono na rysunku poniżej.



Rys.5. Fitr górnoprzepustowy

Charakterystykę częstotliwościowa i przesunięcia fazowego otrzymamy ze wzoru.

$$\left|K_u(j\omega)\right| = \frac{1}{\sqrt{1+1/\omega^2R^2C^2}} \qquad 16.$$

$$\varphi = arctg\frac{1}{\omega RC} \qquad 17.$$

Obie krzywe są pokazane na rysunku ?. częstotliwość graniczną otrzymujemy, tak jak dla filtru dolnoprzepustowego w postaci

$$f_d = \frac{1}{2\pi RC}$$ 17.

Przesunięcie fazowe przy tej częstotliwości wynosi +45̊. Tak jak w przypadku filtru dolnoprzepustowego, charakterystykę amplitudową w skali logarytmicznej można łatwo skonstruować w na podstawie asymptot.

Dla obliczenia odpowiedzi na skok jednostkowy zastosujemy pierwsze prawo Kirchhoffa dla wyjścia

$$C\frac{d}{dt}(u_{WE} - u_{WY}) - \frac{u_{WY}}{R} = 0$$ 18.

Dla $u'_{WE} = 0$ otrzymujemy równanie różniczkowe

$$RCu'_{WY} + u_{WY} = 0$$ 19.

Którego rozwiązaniem jest

$$u_{WY}(t) = U_M e^{\frac{-t}{RC}}$$ 20.

Stała czasowa ma więc, podobnie jak w przypadku filtru dolnoprzepustowego wartość $\tau = RC$.

Żeby określić wartość początkową $U_{WY}(t=0) = U_M$ należy rozpatrzyć następującą sytuację w chwili, w której napięcie wejściowe zmienia się skokowo, ładunek kondensatora nie ulega zmianie. Kondensator zachowuje się jak źródło napięcia o napięciu U = Q/C. Napięcie wyjściowe zmienia się więc skokowo o ΔU tak samo jak napięcie wejściowe. Jeżeli u_{WE} zmienia się skokowo od 0 do U_M, to napięcie wyjściowe zmienia się również skokowo od 0 do U_M, po czym opada wykładniczo, zgodnie z równaniem 20, z powrotem do zera. Jeżeli natomiast napięcie wejściowe zmienia się skokowo od U_M do zera, to u_{WY} zmienia się skokowo od zera do wartości $-U_M$. Warto tu zauważyć, że napięcie wyjściowe przyjmuje wartość ujemną mimo, że napięcie wejściowe jest zawsze dodatnie. Z tej ciekawej właściwości często korzysta się w technice układowej.

Zastosowanie układu RC jako układu sprzęgającego.

Jeżeli na wejście omawianego układu RC podamy ciąg impulsów prostokątnych o okresie $T \ll \tau$, to w czasie to w czasie połowy okresu kondensator nie zdąży się przeładować i napięcie wyjściowe z dokładnością do składowej stałej będzie równe napięciu wejściowemu.

Ponieważ przez kondensator nie może płynąć prąd stały, składowa stała napięcia wyjściowego wynosi zero – układ nie przenosi składowej stałej napięcia wejściowego. Dlatego tez filtr górnoprzepustowy RC używany jest jako układ sprzęgający.

Zastosowanie układu RC jako układu różniczkującego.

Jeżeli na wejście omawianego układu RC podamy napięcie wejściowe o częstotliwości $f \ll f_g$, to $u_{WY} \ll u_{WE}$. Z równania różniczkowego wynika wówczas

$$u_{WY} = RC\frac{du_{WE}}{dt} \tag{21.}$$

Napięcia wejściowe o małych częstotliwościach są więc różniczkowane.

Zadania pomiarowe

1. Zrealizować układ z rysunku 1. Do wejścia filtru i wejścia pierwszego kanału oscyloskopu podłączyć przebieg sinusoidalny o amplitudzie 1000 mV. Drugi kanał oscyloskopu podłączyć do wyjścia. Zmieniając częstotliwość odczytywać kolejne wartości sygnału wyjściowego. Wyniki zanotować w tabeli a następnie przedstawić w skali logarytmicznej na wspólnym wykresie z obliczonymi teoretycznie na podstawie wzoru 1..

Częstotliwość w kHz	0,01	0,02	0,05	0,1	0,2	……….	……….	……….	……….	……….
U_{wy} w mV										
U_{wy}/U_{we}										
K_u toeretyczne										

2. Zmierzyć przesunięcie fazowe dla częstotliwości granicznej, porównać z wartością teoretyczną.
3. Zmienić kształt sygnału na prostokątny. Dobrać okres tak aby na ekranie widoczny był tylko odcinek odpowiedzialny z ładowanie kondensatora. Zarejestrować ten przebieg. Porównać go z przebiegiem uzyskanym z podstawienia odpowiednich wartości czasu oporności i pojemności do wzoru 6.
4. Zarejestrować przebiegi dla fali prostokątnej o częstotliwościach 1kHz, 10 kHz i 100 kHz. Wyciągnąć wnioski z obserwacji.
5. Zrealizować układ z rysunku 5. Do wejścia filtru i wejścia pierwszego kanału oscyloskopu podłączyć przebieg sinusoidalny o amplitudzie 1000 mV. Drugi kanał oscyloskopu podłączyć do wyjścia. Zmieniając częstotliwość odczytywać kolejne wartości sygnału wyjściowego. Wyniki zanotować w tabeli a następnie przedstawić w skali logarytmicznej na wspólnym wykresie z obliczonymi teoretycznie na podstawie wzoru 16.

Częstotliwość w kHz	0,01	0,02	0,05	0,1	0,2	……….	……….	……….	……….	……….
U_{wy} w mV										
U_{wy}/U_{we}										
K_u toeretyczne										

6. Zmierzyć przesunięcie fazowe dla częstotliwości granicznej, porównać z wartością teoretyczną.
7. Zmienić kształt sygnału na prostokątny. Dobrać okres tak aby na ekranie widoczny był tylko odcinek odpowiedzialny za rozładowanie kondensatora. Zarejestrować ten przebieg.

Porównać go z przebiegiem uzyskanym z podstawienia odpowiednich wartości czasu oporności i pojemności do wzoru 20.

8. Zarejestrować przebiegi dla fali prostokątnej o częstotliwościach 1kHz, 10 kHz i 100 kHz. Wyciągnąć wnioski z obserwacji.